Equation du premier degré à deux inconnues
Système de deux équations du premier degré à deux inconnues

Equation du premier degré à deux inconnues

Activité 1

Deux dés équilibrés ont leurs faces numérotées de 1 à 6.
On lance les deux dés et on fait la somme des nombres obtenus.
On désigne par x et y les nombres qui apparaissent sur chaque face.

1- a) Quelle relation doivent vérifier x et y si la somme obtenue est égale à 6 ?
b) Dénombrer alors tous les couples (x, y).

2- a) Quelle relation doivent vérifier x et y si la somme obtenue est égale à 10 ?
b) Dénombrer alors tous les couples (x, y).

Définition

L'équation $ax + by + c = 0$, où a et b sont deux réels non tous les deux nuls et x et y sont deux inconnues, est appelée équation du premier degré à deux inconnues.
Résoudre une telle équation c'est trouver tous les couples (x, y) pour lesquels l'égalité est vraie.
Chaque couple est appelé solution de l'équation.

Exemple : $2x + 3y = -2$ est une équation du premier à deux inconnues x et y .
Le couple (5 ; 4) est une solution de cette équation car : $2\times5-3\times4=-2$.

Remarque : Attention à l'ordre des nombres dans un couple ! (4 ; 5) n'est pas une solution.

Exercice 1

Amine dépense 100 dinars pour l'achat de casquettes et de tenues. Le prix d'une casquette est 2,500 dinars et celui d'une tenues est 15 dinars.
1- Modéliser la situation par une équation.
2- On suppose que Amine a acheté quatre casquettes , combien a-t-il acheté de tenues ?
3- On suppose que Amine a acheté quatre tenues , combien a-t-il acheté de casquettes ?
4- Déterminer le nombre de tenues sachant qu'il n'a pas acheté de casquettes

Exercice 2

On considère l'équation : $(E): 3x-2y+5=0$

1) Vérifier que (-1,1) et (1,4) sont solutions de l'équation *(E)*

2) Déterminer le réel a pour que le couple $\left(\frac{a}{2};3a\right)$ soit solution de *(E)*.

Activité 2

On se propose de trouver deux nombres x et y tels que le tiers de leur différence $(y-x)$ est égal à leur somme diminuée de 2
1- Mettre le problème en équation de la forme $ax + by + c = 0$
2- Le couple (3 , 11) répond-il au problème ?
3- On suppose que $x = 3$. Trouver y.
4- On suppose que $y = 0$. Trouver x .
5- a) Donner cinq couples (x , y) qui sont solutions du problème.
b) Placer les points de coordonnées (x , y) dans le plan muni d'un repère (O, I, J) .
Que remarque-t-on ?
c) En déduire graphiquement d'autres couples (x, y) qui sont solutions du problème

Système de deux équations du premier degré à deux inconnues

Activité 3

Une urne contient R boules rouges et N boules noires telles que

- Le triple de N est égal à R diminué de 1.
- Le quadruple de N est égal à R augmenté de 2.

1- Mettre le problème en équations.

2- Déterminer R et N. (utiliser la question 5 de l'activité 2)

Définition

Un système de deux équations à deux inconnues est la donnée de deux équations :

$$\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$$

où x et y sont les inconnues.

Résoudre un tel système c'est trouver, s'ils existent, tous les couples (x, y) pour lesquels les deux égalités sont vraies à la fois.

Chaque couple est appelé solution du système.

Exercice 3

On considère le système $\begin{cases} 4x+y=5 \\ 5x+3y=1 \end{cases}$

Parmi les couples suivants, lequel est solution de ce système ? Justifier la réponse.

(1 ;1) ; (0,5 ;3) ; (1 ;-2) ; (2 ;-3)

Résolution d'un système de deux équations du premier degré à deux inconnues

Résolution d'un système par substitution

Activité 4

On se propose de trouver deux nombres m et n tels que

- leur somme est égale à 96.
- en ajoutant 78 à chacun d'eux, l'un devient le double de l'autre.

1- Ecrire deux équations qui traduisent les deux conditions.

2- a) Exprimer m en fonction de n dans l'une des deux équations.

b) Remplacer m par l'expression trouvée dans l'autre équation et résoudre l'équation obtenue.

3- En déduire m et n.

Retenons

- Exprimer une inconnue en fonction de l'autre à partir de l'une des deux équations.
- Remplacer dans l'autre équation cette inconnue par l'expression trouvée.
- Résoudre cette nouvelle équation.
- Déterminer, si elle existe, la (ou les) valeur(s) de l'autre inconnue.

Exercice 4

Résoudre chaque système par substitution :

a. $\begin{cases} x+5y=12 \\ 4x-3y=2 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 5x+y=12 \\ -x+2y=2 \end{cases}$ c. $\begin{cases} a+b=7 \\ 2a+5b=-7 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 2x-y=-2 \\ 6x+3y=12 \end{cases}$ e. $\begin{cases} 4a+3b=2 \\ 3a+b=1 \end{cases}$ f. $\begin{cases} -3x-3y=-12 \\ -x+y=-2 \end{cases}$

Résolution d'un système par élimination

Activité 5

Cinq cahiers et deux stylos coûtent 3300 millimes.

Trois cahiers et quatre stylos coûtent 2400 millimes.

1- Montrer que le système suivant modélise la situation

$$\begin{cases} 5x + 2y = 3300 & (1) \\ 3x + 4y = 2400 & (2) \end{cases}$$

2- a) Multiplier les deux membres de l'équation (1) par 3.

b) Multiplier les deux membres de l'équation (2) par -5.

3- Additionner les deux équations obtenues et en déduire y.

4- Remplacer y par sa valeur dans l'une des équations du système et déterminer x.

5- Donner le prix d'un cahier et celui d'un stylo.

Retenons

- Multiplier les deux membres des deux équations par des nombres convenablement choisis de sorte que lorsque l'on additionne les deux équations obtenues, on obtient une équation à une seule inconnue.
- Résoudre l'équation trouvée.
- Déterminer, si elle existe, la (ou les) valeur(s) de l'autre inconnue.

Exercice 5

Résoudre chaque système par élimination

a. $\begin{cases} -2x+5y=8 \\ 4x-3y=-2 \end{cases}$ b. $\begin{cases} 4x-3y=0 \\ 3x-5y=11 \end{cases}$ c. $\begin{cases} 5x+2y=6,2 \\ 3x-4y=-7,2 \end{cases}$

d. $\begin{cases} 2a+4b=4 \\ 6a+3b=3 \end{cases}$ e. $\begin{cases} x-5y=13 \\ -5x+3y=-21 \end{cases}$ f. $\begin{cases} a+5b=21 \\ 3a-2b=12 \end{cases}$

Remarques

Exemple de système n'admettant pas de solution

Soit le système $(1)\begin{cases} -4x+2y=2 \\ -6x+3x=-9 \end{cases}$

1) Justifier que la résolution du système (1) se ramène à la résolution du système (2) : $\begin{cases} y=2x+1 \\ y=2x-3 \end{cases}$

2) Conclure quant à la résolution du système (1) .

Exemple de système admettant une infinité de solutions

Soit le système $\begin{cases} 4,5x+1,5y=3 \\ -7,5x-2,5y=-5 \end{cases}$

1) $(0;2)$ est-il solution du système ?
2) Peut-on trouver un autre couple solution de ce système ?
3) Exprimer dans chacune des deux équations, y en fonction de x.
4) Que peut-on penser des expressions obtenues ?
5) En déduire l'ensemble des couples qui sont solutions de ce système.

Exercice 6

1) Expliquer pourquoi le système $\begin{cases} -12x+20y=112 \\ 63x-21y=-168 \end{cases}$ a les mêmes solutions que le système $\begin{cases} -3y+5y=28 \\ 9x-3y=-24 \end{cases}$

2) Résoudre le système

Exercice 7

1) Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 2x + y = 5 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$$

2) En déduire les solutions des systèmes :

a) $\begin{cases} 2|x| + |y| = 5 \\ 3|x| + 4|y| = 10 \end{cases}$;

b) $\begin{cases} 2|2-x| + y^2 = 5 \\ 3|2-x| + 4y^2 = 10 \end{cases}$

Applications

Exercice 8

On remplit 14 pots avec exactement 6 kg de confiture. Certains pots ont une contenance de 500g et d'autres une contenance de 375g.
Déterminer le nombre de pots utilisés de chaque type.

Exercice 9

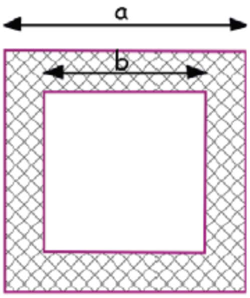
Mourad est plus âgé que Samir de 7 ans. Après 20 ans,
la somme de leurs âges sera 81 ans.
Déterminer leurs âges.

Exercice 10

Une mule se plaignant d'être trop chargé dit à l'ânesse : « Si je te donnais un de mes sacs, nous en aurions autant toutes les deux ! »
L'ânesse : « oui, et si je te donnais une de mes sacs, tu en aurais le double de mois »
Combien de sacs portent la mule et l'ânesse chacune ?

Exercice 11

1) La différence des périmètres des deux carrés ci-dessous est égale à 16 cm.
Traduire par une équation d'inconnues a et b cette information.



2) L'aire comprise entre les deux carrés est égale à 76cm^2, montrer que l'on peut traduire cela par l'équation $a^2 - b^2 = 76$
3) Déduire des questions précédentes que $a + b = 19$
4) Résoudre le système obtenu et trouver les valeurs de a et b.

Bonne chance